



**زیربرنامه:**

Enthalpy\_Damp

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| سعید شیخی | C:\Users\saeed70\Desktop\SharifLogo.jpg |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور، سعید شیخی | |
| **تاییدکنندگان** | مرتضی نامور | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 07/09/1394 | |
| **شناسه سند** | **MC2F000F2** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90/95** | |

1. وظایف

در این زیربرنامه برای هر کدام از سلول های شبکه در یک جریان غیرلزج ترم آنتالپی میراکننده اعمال می‌گردد و مقادیر بقایی پس از اعمال آنتالپی میراکننده به برنامه اصلی بازگردانده می‌شود. توجه شود که این زیربرنامه تنها برای جریان های غیرلزج و در حالتی که جواب پایا مورد نظر است کاربرد دارد.

1. توضیحات و تئوری­ها

افزایش سرعت همگرایی برای حل پایای معادلات ناویر استوکس همواره مورد توجه بوده است. یکی از روش‌های موفق برای افزایش سرعت همگرایی معادلات غیرلزج، روش آنتالپی میراکننده[[1]](#footnote-1) است. در این روش برای افزایش سرعت همگرایی، یک ترم نیرویی متناسب با اختلاف آنتالپی هر سلول  با آنتالپی جریان آزاد  به معادلات حاکم بر جریان سیال اضافه می‌شود. آنتالپی به شکل زیر تعریف می‌شود [1]:

1. 

که در آن  کل انرژی سیستم می‌باشد. با مشتق‌گیری از رابطه‌ی بالا داریم:

1. 

که  مشتق مادی است و به صورت  تعریف می‌گردد. طبق رابطه‌ی بالا در یک جریان غیرلزج در حالت پایا در امتداد خط جریان، آنتالپی ثابت است و اگر جریان آزاد یکنواخت باشد، در حالت پایا آنتالپی در همه جا یکسان و برابر آنتالپی جریان آزاد می‌باشد. در حالت عادی معادلات غیرلزج را می‌توان به شکل زیر نوشت [2]:

1. 

با فرض جریان با ورتیسیته‌ی صفر می‌توان پتانسیل سرعت را معرفی کرد که  و  می‌باشد. سپس با انتگرال‌گیری از معادله‌ی مومنتم، معادله‌ی برنولی برای جریان ناپایا مانند معادله‌ی (4) بدست می‌آید [2]:

1. 

که  یک تابع دلخواه از  است. اگر جریان آیزنتروپیک باشد داریم  و . برای یک گاز ایده‌آل داریم  در نتیجه می‌توانیم بنویسیم [2]:

1. 

یعنی معادله‌ی برنولی ناپایا به شکل زیر تبدیل می‌شود:

1. 

اگر شرایط در جریان آزاد یکنواخت باشد داریم:

1. 

رابطه‌ی بالا را هم‌چنین به شکل زیر می‌توان نوشت [2]:

1. 

برای بدست آوردن معادله‌ی پتانسیل ناپایا از رابطه‌ی (8) نسبت به ،  و  مشتق‌گیری می‌کنیم و مقدار  و  و  را از آن بدست می‌آوریم و آن‌ها را در معادله‌ی بقای جرم قرار می‌دهیم و با تعریف سرعت صوت به شکل  معادله‌ی پتانسیل ناپایا بدست می‌آید [2]:

1. 

طبق معادله‌ی برنولی ناپایا یعنی رابطه‌ی (7) مقدار  برابر است با:

1. 

در نتیجه اضافه کردن ترم  به معادله‌ی ‏(3)، در نتایج حاصله در حالت پایا هیچ تاثیری نمی‌گذارد چون در حالت پایا آنتالپی برابر آنتالپی جریان آزاد می‌شود و مقدار  برابر صفر می‌باشد ولی با اضافه کردن این ترم می‌توان سرعت همگرایی را بهبود بخشید [2]. در واقع برای همگرایی بهتر می‌توان رابطه‌ی ‏(9) را به شکل زیر نوشت:

1. 

رابطه‌ی (11) از معادله‌ی بقای جرم بدست آمده‌است، در صورتی که معادله‌ی بقای جرم به شکل زیر باشد:

1. 

با جایگذاری  طبق معادله‌ی برنولی ناپایا، معادله‌ی بقای جرم به همراه آنتالپی میراکننده به شکل زیر بدست می‌آید:

1. 

به طریق مشابه تمام معادلات غیرلزج به همراه آنتالپی میراکننده به شکل زیر بدست می‌آیند [2]:

1. 

به این ترتیب با به کار بردن آنتالپی میراکننده معادلات غیرلزج با سرعت بهتری همگرا می‌شوند و همان نتایج جریان پایا را بدون تغییر ایجاد می‌کنند.

برای پیاده‌سازی روش آنتالپی میراکننده ابتدا دستگاه معادلات زیر بدون در نظر گرفتن ترم آنتالپی میراکننده گسسته‌سازی و حل می‌شود.

1. 

که در آن

  

با حل دستگاه معادلات (15) از  مقدار  بدست می‌آید. سپس آنتالپی میراکننده به شکل زیر در معادلات اعمال می‌شود [2]:

1. 

برای مثال معادله‌ی اول که مربوط به چگالی است به صورت زیر نوشته می‌شود:

1. 

همانطور که در رابطه‌ی بالا مشاهده می‌شود، ترم آنتالپی میراکننده به صورت نیمه ضمنی اعمال می‌شود که مقدار  باید به شکل نیمه ضمنی محاسبه شود. اگر در رابطه‌ی بالا به جای  مقدار  قرار داده شود، رابطه به شکل ضمنی بدست می‌آید که بدلیل هزینه محاسباتی بالای آن به صرفه نیست.

استفاده از آنتالپی میراکننده به شکل توضیح داده شده برای جریان فراصوت[[2]](#footnote-2) مناسب نیست و فقط برای جریان‌های زیر صوت[[3]](#footnote-3) مناسب است [3]. استفاده از روش آنتالپی میراکننده برای جریان‌های فراصوت در [3] توسعه داده شد. در این حالت معادلات بقای جرم و مومنتم بدون تغییر است اما معادله انرژی به همراه آنتالپی میراکننده مانند زیر نوشته می‌شود:

1. 

اعمال آنتالپی میراکننده به شکل بالا هم در جریان فروصوت و هم در جریان فراصوت کارایی دارد. در ناحیه‌ی فراصوت پارامتر  باید صفر باشد ولی پارامتر  در هر دو ناحیه‌ی زیر صوت و فراصوت می‌تواند وجود داشه باشد و مقدار آن به عدد ماخ بستگی ندارد [4]. استفاده از رابطه‌ی (18) برای آنتالپی میراکننده در جریان‌های با عدد ماخ بزرگتر از 3 مناسب نیست، چون در جریان‌ها با عدد ماخ بزرگ تولید آنتروپی زیاد است [4]. همانطور که می‌دانیم رابطه‌ی گیبس که به صورت زیر است:

1. 

که در آن ،  و  به ترتیب آنتالپی مخصوص، آنتروپی مخصوص و حجم مخصوص است. بیانگر دما و  فشار سلول می‌باشد. همانطور که در رابطه‌ی‏(19) مشخص است در جریان‌ها با ماخ بالا چون تغییرات آنتروپی زیاد است، طبق رابطه‌ی گیبس مقدار  نیز زیاد است و دیگر در حالت پایا مقدار آنتالپی سلول با آنتالپی جریان آزاد برابر نیست. در [4] با تصحیح ترم میراکنندگی به کمک تغییرات آنتروپی در هر سلول روش آنتالپی میراکننده برای جریان‌ها با عدد ماخ بالا گسترش داده شد. در این حالت ترم میراکننده در معادله‌ی انرژی به صورت زیر اعمال می‌شود [4]:

1. 

که در آن  یک ضریب است که از مقدار 1 در ابتدای فرایند تکرار تا صفر در انتهای فرایند تکرار تغییر می‌کند. در واقع این ضریب به طور خطی براساس شماره تکرار تعریف می‌شود تا از مقدار 1در 100 تکرار اولی به صفر برسد. آنتالپی میراکننده به شکل بالا برای جریان‌های متفاوت با عدد ماخ بالا در [4] پیاده‌سازی شد که کارایی مناسبی از آن گزارش شده است.

در اینجا برای اینکه روش آنتالپی میراکننده برای محدوده‌ی مناسبی از عدد ماخ کارایی داشته باشد از رابطه‌ی‏(18) برای پیاده‌سازی آن استفاده می‌شود.

1. بخش­های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش‌های زیربرنامه مطابق با شماره‌گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است. در اینجا آنتالپی میراکننده برای معادلات جرم و مومنتم طبق رابطه و برای معادله انرژی مطابق با رابطه پیاده سازی شده است.

1. تعیین ضریب میراکنندگی فراصوت

همانطور که گفته شد در صورت فراصوت بودن جریان پارامتر  در معادله‌ی انرژی اعمال می‌شود. در اینجا بسته به مقدار عدد ماخ ورودی این پارامتر از 0 تا 5/0 مقداردهی می‌شود. در بالا گفته اید که این پارمتر به مقدار عدد ماخ بستگی ندارد

1. تعیین ضریب میراکنندگی

همانطور که در معادلات‏(14) دیده می‌شود برای پیاده‌سازی روش آنتالپی میراکننده باید یک ضریب میراکنندگی تعریف گردد. در اینجا ضریب میراکنندگی  مقداردهی می‌شود.

1. محاسبه فشار

از آنجا که برای محاسبه‌ی آنتالپی باید فشار سلول معلوم باشد، باید در تمام سلول‌ها مقدار فشار محاسبه گردد. برای محاسبه‌ی فشار از رابطه‌ی‏(21) استفاده می‌شود.

1. 
2. محاسبه عدد ماخ

از آنجا که اثر یا عدم اثر پارامتر  در معادله‌ی انرژی بستگی به عدد ماخ دارد در اینجا عدد ماخ در هر سلول از شبکه به شکل زیر محاسبه می‌شود:

1. 
2. تعیین ضریب میراکنندگی معادله انرژی

بسته به عدد ماخ ضریب  که مربوط به معادله انرژی است تعیین می‌شود. اگر عدد ماخ بزرگتر از 1 باشد این ضریب برابر صفر و اگر عدد ماخ کوچکتر از 1 باشد این ضریب مانند ضریب میراکنندگی سایر معادلات است.

1. محاسبه آنتالپی

برای محاسبه‌ی اختلاف آنتالپی هر سلول با آنتالپی جریان آزاد و در نتیجه تعیین ترم میراکنندگی باید در هر سلول محاسباتی مقدار آنتالپی محاسبه شود. در اینجا با استفاده از رابطه‌ی‏(5) و ‏(21) در هر سلول محاسباتی آنتالپی محاسبه می‌شود.

1. محاسبه میراکنندگی مربوط به قسمت فراصوت معادله انرژی

برای صرفه جویی در زمان محاسبات مقدار  که مربوط به معادله‌ی انرژی است محاسبه می‌شود و در یک متغیر محلی ذخیره می‌گردد.

1. اعمال آنتالپی میراکننده

پس از تعیین آنتالپی هر سلول محاسباتی، ترم میراکنندگی محاسبه می‌شود و طبق رابطه‌ی‏(16) این ترم بر روی مقادیر بقایی در گام زمانی جدید اعمال می‌شود و در هر سلول محاسباتی مقدار بقایی میرا شده محاسبه می‌گردد.

1. مراجع

[1] Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., “Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods using Runge-Kutta Time Stepping Schemes”, AIAA paper No. 81, pp. 1259, (1981)

[2] Jespersen, D., “Enthalpy Damping for the Steady Euler Equations”, NASA-TM-86008, Oct. 1984

[3] Moitra, A., Turkel, E., and Kumar, A., “Application of a Runge-Kutta Scheme for High-Speed Inviscid Internal Flows”, AIAA Paper 86-0104, Jan. 1986

[4] Moitra, A.,” Enthalpy damping for high mach number Euler solutions”, AIAA, Vol 30, No 2, 1992

1. Enthalpy Damping [↑](#footnote-ref-1)
2. Supersonic [↑](#footnote-ref-2)
3. Subsonic [↑](#footnote-ref-3)